

FUNDAMENTACIÓN DEL USO DEL ESQUELETO EN LA RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES A PARTIR DE SECCIONES TRANSVERSALES

Resumen / Abstract

La reconstrucción de superficies a partir de secciones transversales paralelas es un importante problema que encuentra utilidad en el tratamiento de imágenes médicas y otras aplicaciones del modelado de objetos. Las diferencias de forma y cantidad de los contornos en las secciones adyacentes provocan algunas dificultades en el proceso de reconstrucción. Una manera de abordar este problema es creando secciones intermedias que representan el lugar donde ocurren dichas ramificaciones. De manera intuitiva, muchos autores hacen uso del esqueleto para, de alguna manera, solucionar el problema. Sin embargo, no existe ningún fundamento que garantice su completa y correcta utilización. En el presente trabajo se exponen los fundamentos de la utilización del esqueleto para dar solución al problema de la reconstrucción de superficies a partir de secciones. Se muestran algunos resultados de un algoritmo, ya propuesto por los autores, que se basa en estos fundamentos para dar solución al problema de investigación, ilustrando el excelente desempeño del mismo especialmente en casos no resueltos anteriormente.

Surface reconstruction from parallel cross sections is an important problem in medical imaging and other object-modeling applications. Shape and topological differences between object contours in adjacent sections cause severe difficulties in the reconstruction process. A way to approach this problem is using the skeleton to create intermediate sections that represent the place where the ramifications occur. Several authors have proposed previously the use of some type of skeleton to face the problem, but in an intuitive way and without giving a basis that guarantees a complete and correct use. In this paper, the foundations of the use of the skeleton to reconstruct a surface from cross sections are expounded. Some results of an algorithm that is based on these foundations and has been recently proposed by the authors are shown that illustrate the excellent performance of the method in especially difficult cases not solved previously.

Palabras clave / Key words

Reconstrucción de superficies, interpolación de secciones transversales paralelas, esqueleto

Surface reconstruction, parallel cross sections interpolation, skeleton

Joaquín Pina Amargós, Ingeniero Informático, Máster en Informática, Centro de Estudios de Ingeniería de Sistemas (CEIS), Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujaje, Ciudad de La Habana, Cuba
E-mail: jpina@ceis.cujae.edu.cu

René Alquézar Mancho, Ingeniero Informático, Doctor en Informática, Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics (LSI), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, España
E-mail: alquezar@lsi.upc.es

José Andrés Pérez Rivero, Ingeniero Industrial, Doctor en Ciencias Técnicas, CEIS, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujaje, Ciudad de La Habana, Cuba
E-mail: japerez}@ceis.cujae.edu.cu

Recibido: Julio del 2003

Aprobado: Septiembre del 2003

INTRODUCCIÓN

El problema de la reconstrucción de la superficie de un objeto sólido a partir de una serie de secciones transversales planas y paralelas (en adelante se llamarán simplemente secciones) ha cautivado la atención en la literatura de visión y gráfica por **computadoras** en las últimas tres décadas.¹⁻⁶ Este importante problema encuentra aplicación en el tratamiento de imágenes médicas que representan secciones transversales del interior del cuerpo humano y que se obtienen mediante métodos no invasivos como la **tomografía computarizada** o la **resonancia magnética**. Otras aplicaciones son en la digitalización de objetos tridimensionales (3D) de forma no destructiva a

partir de sus secciones y la reconstrucción de un modelo 3D del terreno a partir de sus curvas de nivel.

De forma general, los datos se conforman por una serie de secciones que están separadas a una distancia constante. Cada una de ellas está formada por un conjunto de contornos cerrados que delimitan la frontera del material de interés que se desea modelar. El problema consiste en encontrar un conjunto de polígonos cerrados, convexos y planos (generalmente triángulos) que conecten los vértices de los contornos, de manera que se construya la superficie de un objeto geoméricamente completo.⁷ Como las secciones son consecutivas se puede reducir la solución del problema a encontrar el conjunto de polígonos que unen los vértices correspondientes a los contornos de cada par de secciones adyacentes.

Hasta principios de la década de 1980 los métodos propuestos para solucionar el problema, forzaban la conexión de cada vértice de cada sección con algún vértice de las secciones contiguas. Sin embargo, como las secciones están separadas por una distancia, en muchas ocasiones se pierde información de los lugares donde ocurren las ramificaciones de la superficie de interés. Esto provoca diferencias de forma (figura 1 y específicamente 1a, y cantidad en los contornos (figura 1d) de secciones contiguas. En estos casos, la restricción antes planteada, no solo hace imposible el tratamiento de las ramificaciones (figura 1d), sino que provoca un enlosado poco real, e incluso, se producen inevitables intercepciones entre los triángulos que se forman (figura 1b).

Una manera de abordar este problema es creando secciones intermedias que representan el lugar donde ocurren dichas ramificaciones (ver líneas de puntos en figura 1c, e). De manera intuitiva, muchos autores^{1-4,8} hacen uso del esqueleto para, de alguna manera, solucionar el problema. Sin embargo, no existe ningún fundamento que garantice su completa y correcta utilización.

En el presente trabajo se exponen los fundamentos de la utilización del esqueleto para dar solución al problema de la reconstrucción de superficies a partir de secciones. A continuación, se analizan los trabajos precedentes consultados que abordan el problema utilizando alguna de las formas del esqueleto, se estudian las relaciones entre los conceptos imagen, esqueleto y sección como pilares del presente trabajo.

Finalmente se muestran algunos de los resultados de un algoritmo, ya propuesto por los autores, de este trabajo en la referencia 5, que se basa en estos fundamentos para dar solución al problema de investigación.

REVISIÓN DE LOS TRABAJOS PRECEDENTES

Sloan y Hrechanyk⁶ fueron los primeros en sugerir la creación de secciones intermedias artificiales en los casos que las originales sean muy diferentes. Luego se efectuaría, por separado, e enlosado entre dicha sección artificial y cada una de las que la originaron utilizando cualquiera de los métodos propuestos. De esta manera se modelaría lo que pasa en la realidad, representando el lugar donde ocurre la ramificación en la sección intermedia y las originales.

Sin embargo, no es hasta el trabajo de Levin⁸ donde se propone el primer método que construye un conjunto de contornos intermedios entre contornos de secciones contiguas originales para resolver los problemas de la ramificación y el enlosado. El método de Levin consiste en calcular los campos de distancia para cada punto de cada sección. Este valor es la distancia mínimo que separa el punto analizado del contorno más cercano. De esta forma, los contornos son curvas con valor cero en los campos de distancia. El signo es positivo o negativo si el punto se encuentra dentro o fuera del contorno, respectivamente. Los campos de distancia de la sección intermedia se obtienen adicionando por cada punto, los valores de sus campos de distancia en las secciones contiguas originales. La principal limitación de este método es la elevada cantidad de triángulos que presenta la superficie obtenida.

El esqueleto es utilizado por primera vez en su forma poligonal llamada eje medio en la tesis de doctorado de Meyers.³ Sin embargo, Meyers no lo inserta entre secciones adyacentes, sino que lo emplea para obtener información acerca de las relaciones de proximidad entre las regiones donde ocurren ramificaciones. La versión utilizada la llama eje medio rasurado (SMA) como se presenta en la figura 1d, y las posibles conexiones entre sus lazos las utiliza para clasificar las ramificaciones. El método no funciona para los casos de ramificación de muchos a muchos, ni en que la proyección sobre un mismo plano, de los contornos relacionados con la ramificación, se intercepte entre sí.

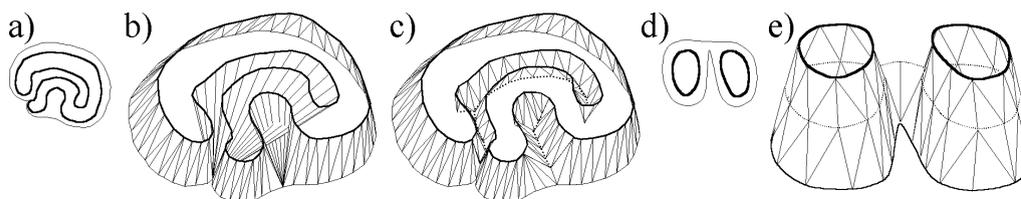


Fig. 1 Secciones adyacentes con diferencia de forma. (a), b) y c) son modificados a partir de la referencia 1).

Bajaj y colaboradores¹ detectan las porciones de contornos con forma muy diferente y utilizan un método similar al empleado por Geiger⁹ para enlosar las mismas. Este método utiliza el esqueleto externo de Voronoi, pero debido a su inestabilidad numérica, Bajaj y colaboradores proponen la obtención de un eje medio rudimentario utilizando una descomposición repetitiva del polígono mediante aristas de corte, hasta que todos sean convexos. Los autores no especifican cómo implementar dicha descomposición.

Oliva y colaboradores⁴ utilizan una nueva forma del esqueleto calculando una aproximación del diagrama de Voronoi que llamaron angular bisector network (ABN). Cada segmento de los contornos analizados se corresponde con una celda del ABN. Las celdas que garantizan determinada cercanía se triangulan de una manera fácil. En caso contrario, se inserta en una altura intermedia, el borde común de las celdas que corresponden a segmentos de contornos de diferentes secciones. El proceso se repite de modo recursivo hasta que se complete la triangulación de todas las celdas.

En un trabajo reciente, Klein y colaboradores² proponen un algoritmo que combina el principio propuesto por Levin y la triangulación recursiva propuesta por Oliva y colaboradores. Teniendo en cuenta la complejidad del cálculo del ABN, Klein y colaboradores utilizan el cálculo simple de campos de distancia para obtener los contornos intermedios y las correspondencias necesarias. La principal ventaja del método propuesto es la utilización del z-buffer de un hardware gráfico estándar para obtener el eje medio que separa las proyecciones de los contornos analizados y las correspondencias de cercanía entre los vértices del eje medio y los de los contornos analizados. Todos los ejemplos mostrados por Klein y colaboradores son artificiales y ninguno presenta huecos.

RELACIÓN ENTRE IMAGEN Y SU ESQUELETO

Definiciones

Una imagen puede ser definida como una función $f: N \times N \rightarrow G$ donde $f(x, y)$ es la iluminación de un píxel con coordenadas espaciales (x, y) pertenecientes al conjunto N de los números naturales y G es el conjunto de números enteros positivos representando su iluminación. En este trabajo se utilizará la imagen binaria que es aquella donde sus píxeles toman dos valores. Los

mismos representan el fondo y el objeto de la imagen binaria (ver píxeles blancos y negros de la figura 3a, respectivamente). Una definición rigurosa de estos términos se puede encontrar en la referencia 10.

El esqueleto o eje medio puede definirse, de forma general, como un conjunto de líneas o curvas conectadas, que separan equidistantemente los bordes o límites de una figura. En el caso que la figura está representada por una imagen binaria, el esqueleto es la representación más estrecha de la misma (figura 3b). Una definición específica es: el esqueleto $E(I)$ de una imagen I es un conjunto de puntos p interiores a la frontera de I para cada uno de los cuales existen al menos dos puntos pertenecientes a la frontera de I que se encuentran separados de él, a una distancia mínima y , por lo tanto, equidistante.

El proceso por el cual se obtiene el esqueleto de una imagen se denomina **esqueletización**. La mayoría de los algoritmos de **esqueletización** erosionan iterativamente los bordes de la imagen binaria hasta que quede una línea estrecha o simples píxeles. Al proceso de erosión se le conoce también como *thinning*. Para la selección del método utilizado en este trabajo se tuvo en cuenta el análisis comparativo de 20 técnicas de adelgazamiento utilizando varios criterios realizado.¹¹ De los algoritmos que preservan la conectividad de los píxeles, se seleccionó el de Susuki y Abe¹² debido a su simplicidad, gran rapidez y demostrado éxito, incluso, en trabajos recientes.¹³

CONECTIVIDAD DE LOS VÉRTICES DEL ESQUELETO

Por definición de esqueleto, la conectividad de cada uno de sus puntos p_i está determinada por la cantidad de píxeles que pertenecen a la frontera de I que se encuentran separados a una distancia mínima de p_i . Esto indica que la conectividad de los píxeles de $E(I)$ esta determinada por la forma que presenta la frontera de la imagen que lo origina I . Cuando la forma es similar a largo de una trayectoria pues lo que se obtiene es el camino de dicha trayectoria. Por ejemplo, el esqueleto de una imagen que representa una letra escrita a mano (figura 3a), no es más que una aproximación del camino que recorre la punta del lápiz al dibujarla (figura 3b).

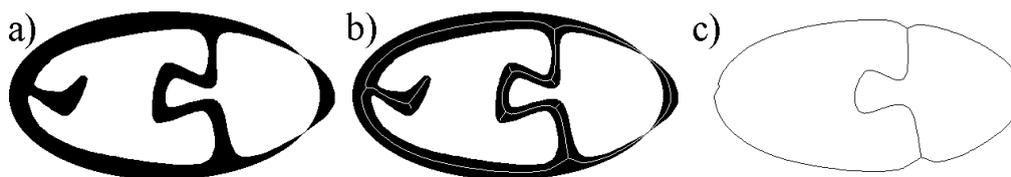


Fig. 2 Imagen binaria a), esqueleto dibujado en blanco encima de la misma b) y el esqueleto rasurado c).

Así, cada píxel de $E(I)$ se puede clasificar teniendo en cuenta su conectividad. El *píxel terminal* de $E(I)$ presenta conectividad uno y es el reflejo de un máximo local en la frontera de I . El píxel terminal aparece en el extremo del lugar donde ocurre una protuberancia o forma convexa local en I (figura 3d). El **píxel intermedio** presenta conectividad dos y se obtiene cuando la frontera de I presenta una forma similar a ambos lados de la línea que pasa aproximadamente por este y sus dos píxeles colindantes. Por último, queda por mencionar el píxel ramal que es aquel que tiene conectividad mayor que dos. Este tipo de píxel es el reflejo de una ramificación en la trayectoria de recorrido en dos o más trayectorias. El **píxel ramal** aparece en el lugar donde se ramifica la forma de I (figura 3c). A los píxeles ramales y terminales se les llamará **píxeles extremos**. Analizando las conexiones existentes entre los distintos **píxeles del esqueleto**, el mismo puede ser considerado como un conjunto no nulo de **píxeles extremos** que se encuentran conectados entre sí a través de cero o más píxeles intermedios. A este conjunto de **píxeles intermedios** que conectan un par de vértices extremos se les denominará **carril del esqueleto**. Nótese que el **carril** separa equidistantemente dos porciones de la frontera de la imagen que presentan similar forma a lo largo de dicho carril.

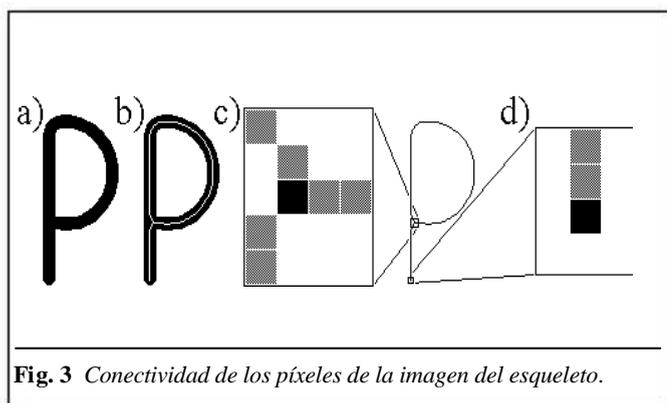


Fig. 3 Conectividad de los píxeles de la imagen del esqueleto.

RELACIÓN ENTRE ESQUELETO Y SECCIÓN

El problema de la reconstrucción del modelo 3D a partir de secciones consiste en obtener una superficie que conecte los vértices de los contornos pertenecientes a cada par de secciones contiguas. Una suposición que abarca la mayoría de los casos reales, es que la proyección de dicha superficie, sobre un plano paralelo a las secciones originales, se debe encontrar en la región que separa el material de interés de cada par de secciones contiguas. Los extraños casos que no incluye esta suposición no han sido tratados por ninguno de los autores consultados. No obstante, más adelante se muestran los resultados en los mismos.

CONSTRUCCIÓN DEL ESQUELETO A PARTIR DE SECCIONES ADYACENTES

Al proyectar las regiones que ocupa el material de interés (figura 4) de las secciones contiguas sobre un plano paralelo a las mismas (figura 4b), la región no común a ambas regiones es la que separa el material de interés de dichas secciones (figura 4c).

Esta acción se puede expresar utilizando operaciones lógicas sobre imágenes binarias. De esta manera, se aprovecharía el formato de la información que se tiene originalmente en el caso de imágenes médicas producidas por tomógrafos.

Cada sección se representa en una imagen binaria donde se dibuja la región que ocupa el material de interés. La región que separa el material de interés de I es el resultado de la operación binaria XOR (V exclusivo) de las imágenes que representan las secciones contiguas. De esta forma, en I quedan dibujados solo los píxeles que pertenecen a la región del material de interés de una y solo una de las secciones analizadas. Luego de esta operación es necesario incluir los píxeles que son frontera de cada uno de los contornos involucrados para tener en cuenta, en el esqueleto, los píxeles en que los contornos de las secciones contiguas se interceptan. Para obtener el esqueleto restaría alguna técnica de esqueletización analizada sobre la imagen. cuyo resultado es el mismo que el de la figura 2b.

SIGNIFICADO DEL ESQUELETO

Como se planteó anteriormente la conectividad de los píxeles de $E(I)$ está determinada por la forma que presenta la frontera de la imagen que lo origina I . Pero según se expresó, la frontera de $E(I)$ está formada por los contornos de las secciones contiguas. Por lo tanto, la forma de los contornos analizados determina la conectividad de los píxeles del esqueleto resultante $E(I)$. El análisis que sigue es muy similar al visto, pero teniendo en cuenta que la forma de la imagen I esta condicionada localmente por la separación de los contornos cercanos en las secciones contiguas.

Se analizó que el carril separa equidistantemente dos porciones de la frontera de la imagen que presentan similar forma a lo largo de dicho carril. Por construcción de $E(I)$, las porciones de la frontera de I se corresponden a la proyección de porciones de contornos pertenecientes a las secciones contiguas analizadas. Se deduce entonces que, un carril de $E(I)$ construido, separa equidistantemente las proyecciones de dos porciones PCCa y PCCb cercanos y con similitud de forma ubicadas en los contornos Ca y Cb, respectivamente. Si PCCa y PCCb pertenecen a una misma sección, entonces el carril representará el lugar donde ocurre la ramificación necesaria para que dichas porciones se conecten entre sí a una altura intermedia de las secciones analizadas.

De esta manera, se llega a la estructura base de la reconstrucción llamada **cinta** (figura 5), y que está compuesta por un carril L y la porción de contorno PC que guardan entre sí, cercanía y similitud de forma. La cercanía implica que entre L y PC no existe ningún otro carril ni porción de contorno. Estas propiedades de la cinta pueden ser aprovechadas para reconstruir la superficie que ella forma utilizando algún simple y rápido algoritmo.² Nótese, que por construcción del esqueleto, cada carril tiene asociado dos cintas una a cada uno de sus lados.

Durante el proceso de reconstrucción, los extremos de cada porción de contorno deben ser seleccionados de manera que la unión de las porciones de contorno asociadas a cada carril de esqueleto produzca los contornos originales (figura 5b).

En la unión se repiten solo los vértices extremos de dichas porciones. De esta manera, la reconstrucción de la superficie que se encuentra entre dos secciones contiguas se reduce a la unión de la reconstrucción de todas las cintas que la conforman.

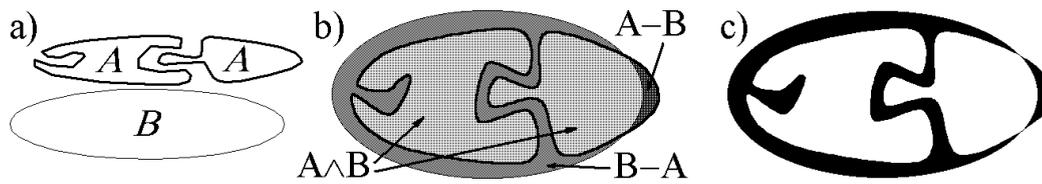


Fig. 4 Región que separa el material de interés en secciones adyacentes.

Una de las limitantes de algunos métodos consultados que utilizan el esqueleto para darle solución al problema de investigación, es la elevada cantidad de triángulos generados. En este sentido, las cintas que comparten un mismo carril, si conectan porciones de contorno ubicados en secciones distintas, se pueden fusionar (figura 5c).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los autores del presente trabajo, han propuesto recientemente un método que implementa todo lo anteriormente expuesto. En la figura 6 se muestran algunos ejemplos sintéticos que se discuten a continuación. Para más detalles se puede consultar la referencia 5.

El ejemplo mostrado a lo largo de todo este trabajo (figura 4a), contiene dos secciones adyacentes que presentan no solo una diferente cantidad de contornos, sino una muy marcada diferencia en la forma de los mismos. El resultado se muestra en la figura 6a y 6b. Otro ejemplo se refiere a la existencia de huecos en alguna de las secciones. Los resultados se muestran en la figura 6c y 6d. Por último, en la figura 6e y 6i se muestra el resultado en un ejemplo que no ha sido resuelto en la literatura consultada. Se trata de una porción en la cual superficie se tuerce bruscamente entre las secciones, provocando que la proyección de la misma se encuentre dentro de la región perteneciente al material de interés de ambas secciones.

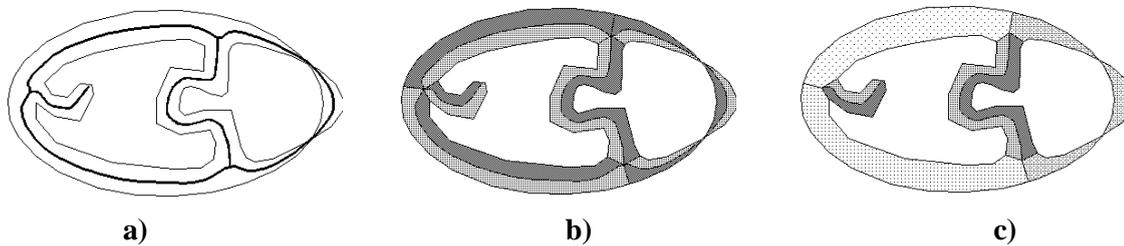


Fig. 5 Formación y fusión de cintas.

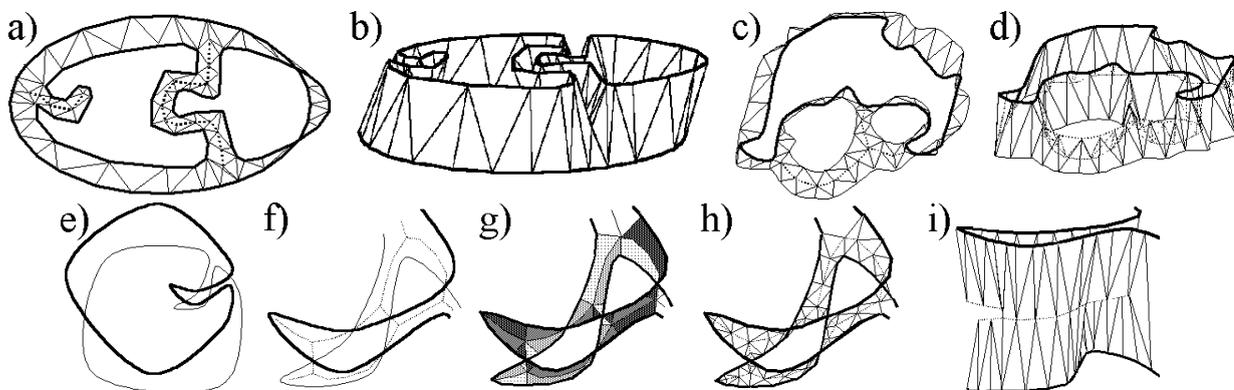


Fig. 6 Resultados del enlosado (a, c, h) y vista 3D (b, d, i) de algunos ejemplos de reconstrucción.

En todos los casos se puede observar que la superficie reconstruida es cerrada y no se intercepta consigo misma. El lugar donde ocurre la ramificación se inserta a una altura intermedia de las secciones originales y se muestra en línea de puntos.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se exponen los fundamentos de la utilización del esqueleto para dar solución al problema de la reconstrucción de superficies a partir de secciones.

Luego de la revisión de los trabajos que utilizan el esqueleto para resolver el problema de investigación, se concluye que todos lo hacen de manera intuitiva y sin un fundamento que garantice su completa y correcta utilización.

Se demostró la estrecha relación que existe entre los contornos del par de secciones adyacentes analizadas y los carriles del esqueleto construido a partir de la región que separa el material de interés de dichos contornos. Por construcción del esqueleto, cada carril separa equidistantemente las proyecciones de dos porciones de contorno con similitud de forma. Esta propiedad puede utilizarse para reconstruir de una manera fácil la región, denominada cinta, que se encuentra entre el carril y cada porción de contorno relacionado. Si ambas porciones de contorno pertenecen a una misma sección entonces el carril puede utilizarse para representar el lugar donde ocurre la ramificación a una altura intermedia a las secciones originales. De lo contrario, no existe ramificación y, para reducir la cantidad de triángulos en la superficie resultante, se puede no incluir dicho carril, fusionando las cintas que separa. La reconstrucción final de la superficie se reduce a la unión de la reconstrucción de las cintas que la conforman.

Se mostraron algunos de los resultados de un algoritmo que se basa en los fundamentos expuestos para dar solución al problema de investigación. Los ejemplos incluyen casos con alto grado de complejidad e incluso uno no resuelto por la literatura consultada. En todos se obtiene una superficie topológicamente correcta. Todos los casos son tratados de igual manera, logrando generalidad en la solución propuesta. [□]

REFERENCIAS

1. **BAJAJ, C.L.; E. J. COYLE AND K. N. LIN:** "Arbitrary Topology Shape Reconstruction from Planar Cross Sections", *Graphical Models and Image Processing*, 58, 524-543, 1996.
2. **KLEIN, R.; A. SCHILLING AND W. STRABEN:** "Reconstruction and Simplification of Surface from Contours", *Graphical Models*. 62(6), 429-443, 2000.
3. **MEYERS, D.:** "Reconstruction of Surfaces from Planar Contours", Doctoral Dissertation, University of Washington, 1994.
4. **OLIVA, J. M.; M. PERRIN AND S. COQUILLART:** "3D Reconstruction of Complex Polyhedral Shapes from Contours Using a Simplified Generalized Voronoi Diagram", *Comp. Graphics Forum*, 15(3), C397-C408, 1996.
5. **PINA, J. AND R. ALQUÉZAR:** Results of a New Method for Surface Reconstruction from Tomographic Images", in *Proc., V Cong. Soc. Cub. Bioingeniería*, T0090, Ciudad de La Habana Cuba, 2003.
6. **SLOAN, K.R. AND L. M. HRECHANYK:** "Surface Reconstruction from Sparse Data", in *Proc., IEEE Conf. on Patt. Recog. and Image Processing, Dallas*, 45-48, 1981.
7. **FOLEY, J. D. et al:** *Computer Graphics: Principles and Practice*, second edition in C, Addison Wesley, 1996.
8. **LEVIN, D.:** "Multidimensional Reconstruction by Set-Value Approximation", *IMA J. Numerical Analysis*. (6), 173-184, 1993
9. **GEIGER, B.:** "Tree-Dimensional Modeling of Human Organs and its Applications to Diagnosis and Surgical Planning *Technical Report*, 2105, INRIA, France, 1993.
10. **RITTER, G. X. AND J.N. WILSON:** *Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra*, second edition, CRC Press, 2001.
11. **LEE, S.W.; L. LAM AND C. SUEN:** "A Systematic Evaluation of Skeletonization Algorithms", *Int. J. of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 7(5), 1203-1225, 1993.
12. **SUZUKI, S. AND K. ABE:** "Sequential Thinning of Binary Pictures Using Distance Transformation", in *Proceeding of the 8th Int. Conf. on Patt. Recog.*, 289-292, 1986.
13. **KÉGL, B. AND A. KRZYŻAK:** "Piecewise Linear Skeletonization Using Principal Curves", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(1), 59-74, 2002.

La reconstrucción de superficies a partir de secciones transversales paralelas es un importante problema que encuentra utilidad en el tratamiento de imágenes médicas y otras aplicaciones del modelado de objetos