

informática

## EXTENSIÓN DE UN NUEVO MÉTODO PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES A PARTIR DE SECCIONES TRANSVERSALES UTILIZANDO EL ESQUELETO

### Resumen / Abstract

En este trabajo se describen los principales pasos de un nuevo método para lograr la reconstrucción de la superficie que limita el material de interés de un objeto a partir de las secciones transversales paralelas que lo conforman. Dicho método constituye la extensión de uno anteriormente propuesto por los autores, que utiliza el esqueleto para dar solución al problema de investigación. El método garantiza la correcta topología de la superficie sin alterar los contornos originales. Se muestran los resultados de su aplicación en ejemplos con alto grado de complejidad. Todos los casos analizados, incluyendo uno no tratado por otros autores consultados, se logran manipular de igual manera. En casos reales, la complejidad computacional global mejora el tiempo cuadrático de los más rápidos métodos consultados.

*The principal steps of a new method to solve the problem of surface reconstruction from parallel cross sections are presented in this paper. This method constitutes the extension of one previously proposed by the authors using the skeleton to solve the investigation problem. The method guarantees the correct topology of the surface without altering the original contours. Some results are shown that illustrate the excellent performance of the method in especially difficult cases not solved previously. All the cases analyzed are manipulated in the same way. In real cases, the global time complexity improves the quadratic time of the quickest consulted methods.*

### Palabras clave / Key words

Reconstrucción de superficies, interpolación de secciones transversales paralelas

*Surface reconstruction, parallel cross sections interpolation*

**Joaquín Pina Amargós**, Ingeniero Informático, Máster en Informática, Centro de Estudios de Ingeniería de Sistemas (CEIS), Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujaje, Ciudad de La Habana, Cuba  
e-mail:jpina@ceis.cujae.edu.cu

**René Alquézar Mancho**, Ingeniero Informático, Doctor en Informática, Departament de Llenguatges i Sistemes Informatics (LSI), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, España  
e-mail:alquezar@lsi.upc.es

**José Andrés Pérez Rivero**, Ingeniero Industrial, Doctor en Ciencias Técnicas, CEIS, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujaje, Ciudad de La Habana, Cuba  
e-mail:japerez@ceis.cujae.edu.cu

## INTRODUCCIÓN

El problema de la reconstrucción de la superficie de un objeto sólido a partir de una serie de secciones transversales planas y paralelas, ha sido tratado por la literatura especializada en las últimas tres décadas.<sup>1-5</sup> Cada una de las secciones está compuesta por un conjunto de contornos cerrados no solapados entre sí que envuelven el material de interés cuya superficie se desea reconstruir. Como las secciones están separadas por una determinada distancia, en muchas ocasiones se pierde información de los lugares donde ocurren las ramificaciones de la superficie de interés. Esto provoca diferencias de forma y cantidad en los contornos de secciones contiguas (figura 1). Una manera de abordar este problema es creando secciones intermedias que representan el lugar donde ocurren dichas ramificaciones.<sup>3,4,6</sup>

En este trabajo se tienen en cuenta dos criterios de verificación que han sido utilizados por muchos autores:<sup>4,5-7</sup> la solución propuesta debe obtener como resultado una superficie topológicamente correcta (en general, cerrada y que no se intercepte consigo misma) y un remuestreo de la misma en el lugar que ocupaban las secciones originales debe producir los datos originales.

Recibido:Septiembre del 2003

Aprobado:Octubre del 2003

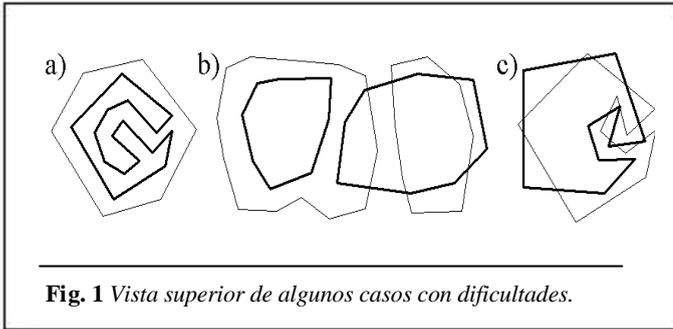


Fig. 1 Vista superior de algunos casos con dificultades.

Los autores de este trabajo propusieron anteriormente un nuevo método<sup>6</sup> para la solución de las ramificaciones que ocurren entre las secciones paralelas. El método está basado en el uso de la esqueletización para crear los contornos correspondientes a una sección intermedia artificial que representa el lugar donde ocurre la ramificación. Este método hace un tratamiento exitoso de varios casos de ramificaciones sin violar los criterios de verificación. Sin embargo, no trata los casos de protuberancias locales no presentes en la sección contigua (figura 1a), ni los casos de ramificación múltiple donde más de un contorno de una sección se debe unir con más de un contorno de la sección contigua (figura 1b).

De los trabajos consultados, muy pocos<sup>3,7</sup> resuelven el caso de ramificación de muchos a muchos (figura 1b) y ninguno ha reportado la solución al caso en que porciones de superficie se tuercen (figura 1c).

En este trabajo se propone un nuevo método que constituye una extensión<sup>7</sup> para brindar una solución eficiente y automática al problema de investigación, reconstruyendo una superficie topológicamente correcta y sin modificar los datos de las secciones originales. El campo de acción de la solución propuesta es la reconstrucción de la superficie de órganos humanos a partir de imágenes médicas obtenidas en tomógrafos y tendrá en cuenta los casos en que la distancia entre las secciones es lo suficientemente pequeña como para que los contornos correspondidos se solapen en un área determinada.

## MÉTODO PROPUESTO

Como dato inicial se tiene, para cada sección original, un conjunto de contornos cerrados no solapados entre sí que envuelven el material de interés cuya superficie se desea reconstruir. El método propuesto consiste en aplicar cinco pasos a cada par de secciones contiguas cuyo pseudocódigo de la subrutina principal sería:

```

SUBROUTINA Reconstruir modelo
  PARA CADA sección Si del Modelo
    Detectar correspondencias entre Si y Si + 1
  PARA CADA conjunto de contornos correspondidos
    Construir imagen del esqueleto
    Obtener grafo del esqueleto
      Formar cintas
      Enlosar cintas
    FIN PARA CADA
  FIN PARA CADA
FIN SUBROUTINA
    
```

El primer paso determina las correspondencias que existen entre los contornos de las secciones analizadas. En este trabajo se utilizó un método de solapamiento que plantea que los contornos deben estar unidos por una superficie, si las proyecciones del material de interés que envuelven se solapan en un determinado umbral. Todas las proyecciones se realizan sobre un plano paralelo a las secciones originales (normalmente el XY). Los siguientes pasos se explican a continuación y, como modo de ejemplo, sus resultados se muestran en la figura 2.

## Construcción de la imagen del esqueleto

El segundo paso utiliza la misma información de proyección que en el paso anterior, al construir una imagen I que representa el área que separa el material de interés de los contornos analizados (figura 2b). Luego se aplica un algoritmo de adelgazamiento, similar al tratado en la referencia 8, para obtener su esqueleto E(I) (figura 2c). Opcionalmente, se pueden eliminar los cabellos cortos (figura 2d). Para más detalles de este paso se puede consultar la referencia 7. El esqueleto construido de esta manera, brinda una información muy valiosa para reconstruir de manera correcta y rápida la superficie que une los contornos que se corresponden.<sup>9</sup>

## Obtención del grafo del esqueleto

En la construcción del grafo del esqueleto G cada uno de los píxeles de la imagen E(I), construida en el acápite anterior, se convierte en un vértice de G. En su estructura, G está formado por una lista de nodos o vértices extremos VE y una lista de arcos o carriles L. Cada elemento de VE contiene sus coordenadas (x, y) y una lista circular ordenada de sus conexiones N. Cada conexión contiene el carril L que se conecta a VE y el vértice de L al cual se conecta, llamado vértice vecino VV. Por convenio, para el orden de las conexiones se tiene en cuenta la distribución en contra de las agujas del reloj de los vértices vecinos alrededor de VE. Cada carril de G contiene sus dos vértices extremos y una lista de los vértices intermedios que conforman el carril.

## Formación de cintas

En este paso se aprovecha la estrecha relación que existe entre imagen y su esqueleto para simplificar el enlosado final dividiendo en porciones, llamadas cintas, el área total a reconstruir (figura 2e). Cada cinta está compuesta por un carril L de G y una porción PC de uno de los contornos analizados. L y PC se encuentran cercanos y con similitud de forma, de manera que no existe ningún otro carril ni porción de contorno en el interior de la cinta que conforman. La fundamentación de todo lo anterior es analizada profundamente en la referencia 9.

Como resultado de los pasos anteriores, se tienen los carriles L y vértices extremos VE de G. Para formar las cintas faltan por encontrar las porciones PC de los contornos originales. Durante el proceso de reconstrucción, los extremos de cada porción de contorno deben ser seleccionados de manera que la unión de las porciones de contorno asociadas a cada carril del esqueleto produzca los contornos originales (figura 2e).

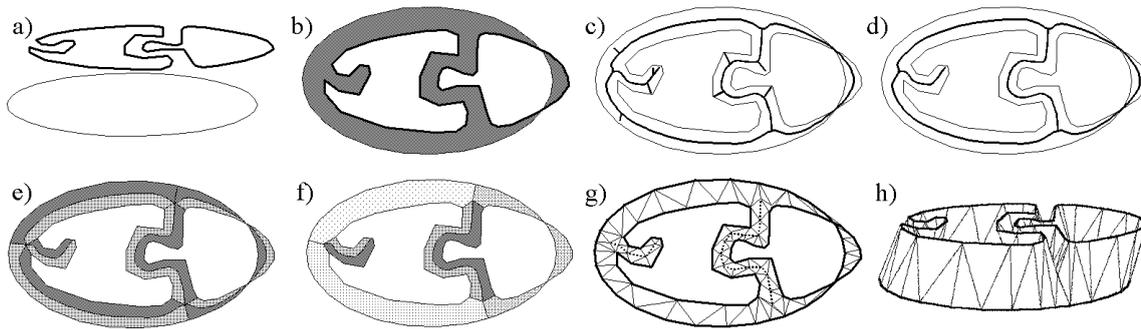


Fig. 2 Pasos del método propuesto.

En la unión se repiten solo los vértices extremos de dichas porciones. De esta manera, la reconstrucción de la superficie que se encuentra entre dos secciones contiguas se reduce a la unión de la reconstrucción de todas las cintas que la conforman.

A continuación se expone el pseudocódigo de un algoritmo que garantiza la correcta y rápida selección de las porciones de contorno para formar las cintas.

La primera subrutina se encarga de establecer los valores iniciales para comenzar a formar en las cintas relacionadas con cada contorno. Su pseudocódigo aparece a continuación:

SUBROUTINA Formar cintas

(a) Inicializar conexiones de los vértices extremos y contornos en no marcados.

PARA CADA vértice extremo ramal  $VE_i$

PARA CADA conexión  $N_j$  de  $VE_i$

SI  $N_j$  no está marcada

(b) Encontrar contorno no marcado  $C$  y vértice más cercano  $V_{ini}$  que se conectaría a  $VE_i$  entre  $N_j$  y  $N_{j+1}$

(c) Seleccionar conexión  $N_{ini}$  que sigue dirección de  $C$  A PARTIR DE  $V_{ini}$ ,  $N_j$ ,  $N_{j+1}$ ,  $VE_i$

(d) Formar cintas del contorno A PARTIR DE  $C$ ,  $V_{ini}$ ,  $V_{Ei}$ ,  $N_{ini}$

(e) Marcar contorno  $C$

FIN SI

FIN PARA CADA

FIN PARA CADA

FIN SUBROUTINA

En (b) se busca el vértice  $V_{ini}$ , del contorno original no marcado  $C$ , que se encuentra con una mínima separación de  $VE$  y del lado derecho de las rectas  $(VE, VV_{j+1})$  y  $(VV_j, VE)$  (ver figura 3a). En (c) se selecciona la conexión cuyo  $VV$  se encuentre del mismo lado que  $V_{ini}+1$  con respecto a la recta  $(VE, V_{ini})$  (ver figura 3b). Esto garantiza que, al formar las cintas relacionadas con  $C$ , el recorrido en los carriles tenga el mismo sentido que  $C$ . En (d) se

hace la llamada a la subrutina que forma las cintas relacionadas con  $C$  cuyo pseudocódigo se expone a continuación:

SUBROUTINA Formar cintas contorno REQUIERE contorno  $C$ , vértice inicial  $V_{ini}$ , vértice extremo  $VE_{ini}$ , conexión inicial  $N_{ini}$

HACER  $V$  IGUAL A  $V_{ini}$

HACER  $VE$  IGUAL A  $VE_{ini}$

HACER  $N$  IGUAL A  $N_{ini}$

REPETIR

(f) Determinar vértice extremo  $VE_{sig}$  y conexión siguiente  $N_{sig}$  A PARTIR DE  $VE, N$

(g) Encontrar vértice más cercano  $V_{sig}$  del contorno  $C$  que se conectaría a  $VE_{sig}$  A PARTIR DE  $V$

(h) Insertar cinta  $V, V_{sig}, VE, VE_{sig}$

(i) Marcar conexiones  $N$  y  $N_{sig}$

(j) Determinar conexión inicial  $N$  de la próxima cinta A

PARTIR DE  $V_{sig}, VE_{sig}, N_{sig}$

HACER  $VE$  IGUAL A  $VE_{sig}$

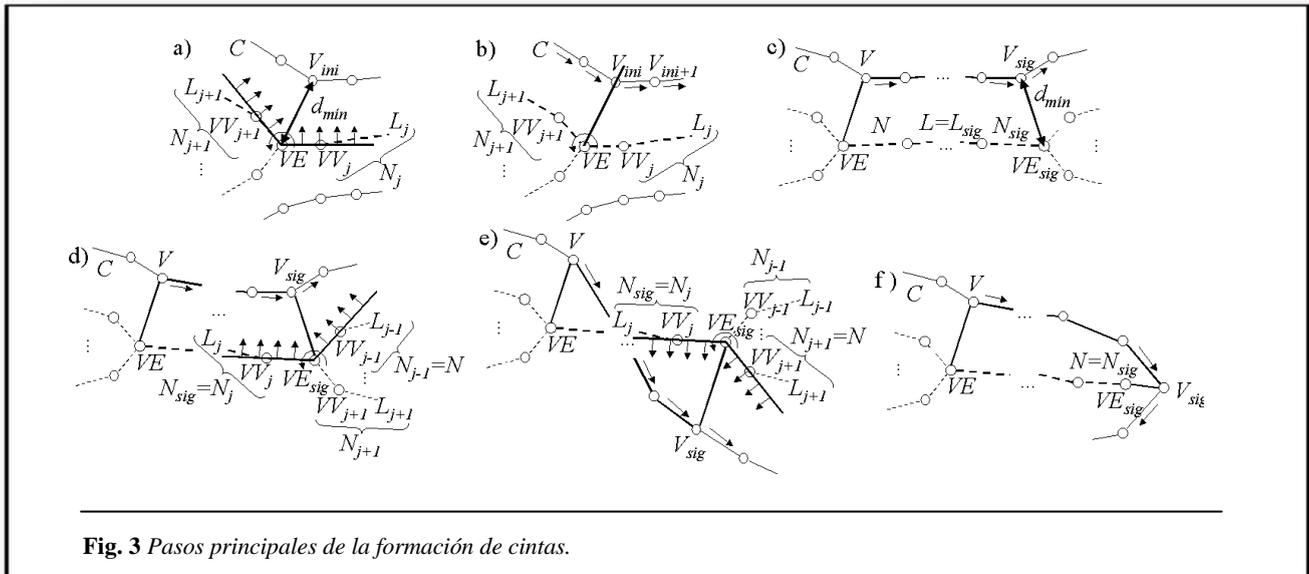
HACER  $V$  IGUAL A  $V_{sig}$

HASTA  $(V$  IGUAL QUE  $V_{ini})$  Y  $(VE$  IGUAL QUE  $VE_{ini})$

FIN SUBROUTINA

Luego de ejecutados los pasos (f)-(i) que se explican por sí solos, es necesario determinar la conexión inicial  $N$  de la próxima cinta. Las tres posibles situaciones en que se ejecuta el paso (j) se muestran en la figura 3d, e y f). Si  $VE_{sig}$  es terminal entonces  $N = N_{sig}$  (figura 3f). Si  $VE_{sig}$  es ramal y  $V_{sig}$  se encuentra del lado derecho de las rectas  $(VE_{sig}, VV_j)$  y  $(VV_{j-1}, VE_{sig})$  entonces  $N = N_j - 1$  (figura 3d). En caso contrario, el carril y el contorno se cruzan un número impar de veces y entonces  $N = N_j + 1$  (figura 3e).

De manera opcional, para simplificar el resultado, se fusionan las cintas adyacentes cuyos bordes pertenecen a contornos de secciones distintas. De esta manera, del esqueleto solo quedan los vértices involucrados en ramificaciones (figura 2f).



**Enlosado de cintas**

Como se plantea en la referencia 9 cada cinta tiene la propiedad de equidistancia entre sus bordes, lo cual es aprovechado para lograr un enlosado rápido y correcto utilizando un algoritmo de avance similar al descrito en la referencia 2. Esta propiedad garantiza el primer criterio de verificación. Finalmente, en el quinto paso, se efectúa el enlosado de cada cinta y, al unirlos, se obtiene la superficie final (figura 2g y h). La altura de los vértices del esqueleto es intermedia a las secciones analizadas garantizando el segundo criterio de verificación.

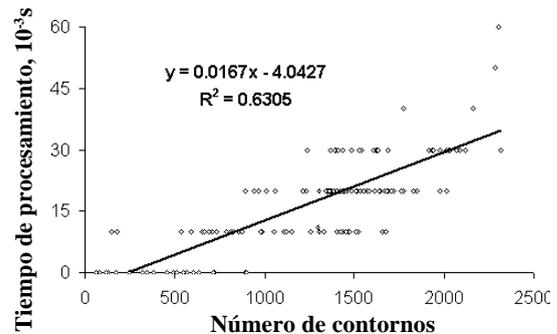
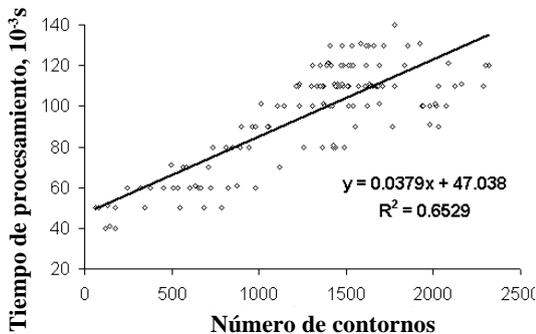
**ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD**

La complejidad computacional global del método propuesto es  $O(n \times m)$ , donde  $n$  es la cantidad de vértices y  $m$  la cantidad de contornos en las secciones contiguas analizadas.

Para el cálculo de la complejidad del primer paso se supone que la cantidad de píxeles a procesar es proporcional a  $n$ . Tanto la construcción de la imagen esqueleto, como la extracción de grafo a partir de esta, tienen una complejidad  $O(n)$ . Las gráficas de la figura 4 muestran los resultados del tiempo de procesamiento de estos pasos en un ejemplo real con 151 secciones, 449 contornos y 91941 vértices. Las tendencias (en línea gruesa) confirman las complejidades señaladas.

La complejidad del segundo paso está dominada por la búsqueda inicial del vértice más cercano. Esta búsqueda se ejecuta tantas veces como contornos existan en las secciones analizadas. Como en cada llamada a este paso no se recorren los vértices pertenecientes a los contornos ya recorridos, su complejidad es  $O(n \cdot m)$ . Esto se obtiene a partir de:

$$T = O\left(\sum_{i=0}^{m-1} \left(n - \frac{i \cdot n}{m}\right)\right) \quad \dots(1)$$



**Fig. 4** Resultado de pruebas para la construcción de la imagen (izquierda) y el grafo (derecha) del esqueleto a partir de diferentes contornos. (Corriendo en una PC con Intel Pentium® a 736 MHz y RAM de 128 Mbyte).

Las restantes subrutinas del segundo paso presentan una complejidad  $O(n)$ . Finalmente en el cuarto paso, para lograr el entosado de las cintas, se emplea un algoritmo goloso muy rápido que presenta una complejidad  $O(n)^2$ .

De esta manera, la complejidad computacional global del paquete de algoritmos propuestos es  $O(n^2 m)$ . En el peor caso, cada contorno tiene un solo vértice ( $m = n$ ) y por lo tanto la complejidad es  $O(n^2)$ , igualando la de los más rápidos algoritmos consultados que no violan los criterios de verificación. Sin embargo, en ejemplos reales utilizados dentro del campo de acción del presente trabajo, sucede que  $m$  es mucho menor que  $n$ .

En la tabla 1 se muestra la relación existente entre  $m$  y  $n$  para tres ejemplos reales. Los ejemplos tienen en cuenta distintas resoluciones de los datos de entrada, diferentes tipos de omógrafos y representan superficies con múltiples grados de complejidad.

La primera fila corresponde a los datos de un cerebro humano que es el mismo ejemplo utilizado en la figura 4. Esta superficie es muy compleja. Debido a su naturaleza arrugada, presenta muchos cambios de inflexión, huecos y ramificaciones lo cual provoca una gran diferencia de forma y cantidad de contornos de las secciones que lo conforman. Esta característica se presenta en

menor grado en el caso de los órganos del sistema óseo y mucho menor en la piel. Lo anterior se expresa en la segunda y tercera fila correspondientes a los datos de una mandíbula y la piel del rostro de pacientes distintos, respectivamente.

La gran diferencia existente entre los datos de la mandíbula y los otros ejemplos se debe a que fueron tomados con una resolución mayor. Los primeros se obtuvieron a partir de imágenes TC con una resolución de 512 por 512 píxeles (mm). Los datos de los otros dos ejemplos se obtuvieron a partir de imágenes RM con una resolución de 256 por 256 píxeles (mm).

Como  $m$  es mucho menor que  $n$ , esto mejora la complejidad  $O(n^2)$  de los más rápidos algoritmos consultados que no violan los criterios de verificación.

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se muestran algunos resultados de la aplicación del método propuesto en distintos ejemplos sintéticos. (figura 5). Para más detalles se puede consultar la referencia 10. En la figura 5a y 5c se muestra la reconstrucción de la superficie que conecta los contornos de la figura 1a y 1b, respectivamente. Otro ejemplo se refiere a la existencia de huecos en alguna de las secciones. Los resultados se muestran en la figura 5b.

TABLA 1 Razón de la cantidad de contornos entre la cantidad de vértices en tres ejemplos reales								
Ejemplo	s - 1	$\Sigma m$	$\Sigma n$	n / m				
				Promedio	Mínimo	Máximo	10 %	90 %
Cerebro	150	449	91941	255,5	21,3	853,5	32,3	512,7
Mandíbula	39	108	61143	1 073,8	202,0	1 668,0	247,6	1 508,8
Piel rostro	171	219	83951	409,4	50,0	584,0	279,6	542,0

Leyenda: (s) Cantidad de secciones; (m) Cantidad de contornos; (n) Cantidad de vértices (10 %, 90 %) Percentil.

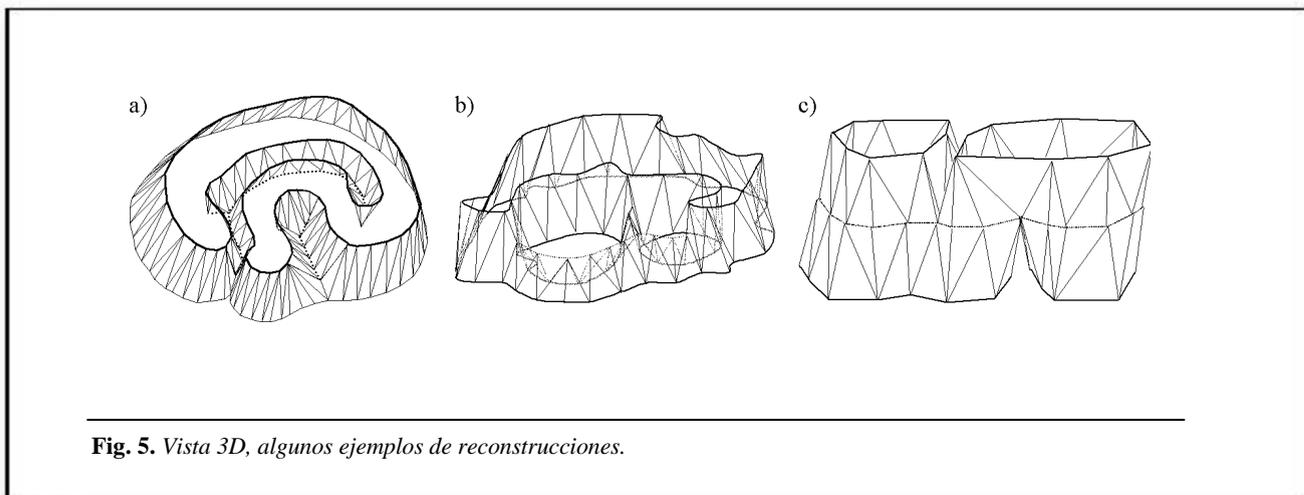
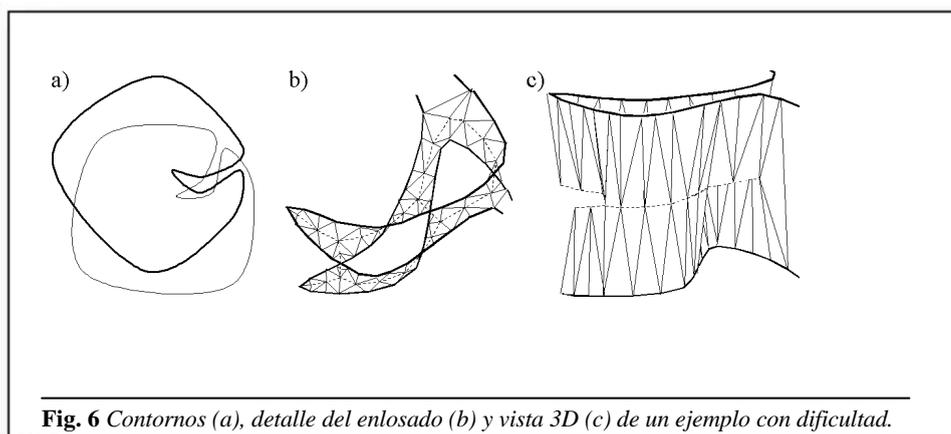


Fig. 5. Vista 3D, algunos ejemplos de reconstrucciones.

En la figura 6 se muestra un caso no abordado por la literatura consultada. Se trata de una porción en que la superficie se tuerce bruscamente entre las secciones. Todos los casos analizados muestran la calidad de los resultados no solo desde el punto de vista estético, sino en el cumplimiento de los criterios de verificación enunciados en la Introducción. Los carriles envueltos en la ramificación se insertan a una altura intermedia de las secciones originales (línea de puntos en figura 5 y 6).



**Fig. 6** Contornos (a), detalle del enlosado (b) y vista 3D (c) de un ejemplo con dificultad.

## CONCLUSIONES

Se describieron los principales pasos para lograr la reconstrucción de la superficie que limita el material de interés de un objeto a partir de las secciones transversales paralelas que lo conforman. Este método constituye la extensión de uno anteriormente propuesto por los autores basando su fundamento en la utilización del esqueleto para dar solución al problema de investigación.

El método propuesto garantiza que se reconstruya la superficie de toda el área proyectada que separa el material de interés entre cada par de secciones contiguas del modelo. El método garantiza la correcta topología de la superficie reconstruida debido a que los nuevos vértices que modelan los lugares donde los contornos se ramifican, se insertan a una altura intermedia a las secciones contiguas analizadas sin alterar los contornos originales y la reconstrucción de las cintas solo fuerza la unión de los vértices que se encuentran en porciones de contornos con similitud de forma. Se mostraron los resultados de su aplicación en ejemplos con alto grado de complejidad.

El método es general, sencillo y de gran rapidez. Se logran manipular de igual manera todos los casos reportados en la literatura, e incluso, uno no tratado por otros autores. Resuelven el problema con una complejidad  $O(n \cdot m)$ , donde  $n$  es la cantidad de vértices y  $m$  la cantidad de contornos de las secciones contiguas analizadas. Este resultado iguala (en el peor caso) o mejora (en ejemplos reales utilizados dentro del campo de acción del presente trabajo) la complejidad cuadrática  $O(n^2)$  de los más rápidos algoritmos consultados que no violan los criterios de verificación. 

## REFERENCIAS

- BAREQUET, G.; D. SHAPIRO AND A. TAL:** "Multileve Sensitive Reconstruction of Polyhedral Surfaces from Parallel Slices", *The Visual Computer*, No. 16 (2), pp. 116-133, 2000.
- CHRISTIANSEN, H. N. AND T. W. SEDERBERG:** "Conversion of Contour Line Definitions Into Polygonal Element Mosaics," *Computer Graphics*, No. 13, pp. 187-192 1978.
- KLEIN, R.; A. SCHILLING AND W. STRABEN:** "Reconstruction and Simplification of surface from Contours". *Graphical Models* No. 62(6), pp. 429-443, 2000.
- OLIVA, J. M.; M. PERRIN AND S. COQUILLART:** "3D Reconstruction of Complex Polyhedra Shapes from Contours Using Simplified Generalized Vorono Diagram", *Comp. Graphics Forum* No. 15(3), C397-C408, 1996.
- SURAZHISKY, T.; V. SURAZHISKY, G BAREQUET AND A. TAL** "Blending Polygonal Sshapes with Different Topologies". *Computers & Graphics*, No. 25 pp. 29-39, 2001.
- PINA, J. AND R. ALQUÉZAR:** "A New Method to Solve the Branching Problem in Surfaces of Three-Dimensional Models Reconstructed from Parallel Cross Sections, *Revista Cubana de Investigación Operacional*, Universidad de La Habana Cuba, 2000.
- BAJAJ, C. L.; E. J. COYLE AND K. N. LIN:** "Arbitrary Topology Shape Reconstruction from Planar Cross Sections" *Graphical Models and Image Processing*, No. 58, pp. 524-543, 1996.
- KÉGL, B. AND A. KRZYZAK:** "Piecewise Linea Skeletonization Using Principal Curves", *IEEE Transaction. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, No. 24(1), pp 59-74, 2002.
- PINA, J. AND R. ALQUÉZAR:** *Reconstruction of Surfaces From Cross Sections Using Skeleton Information*; Submitted to 8th Iberoamerican Congress on Pattern Recognition Cuba, 2003.
- PINA, J. AND R. ALQUÉZAR:** "Results of a New Method for Surface Reconstruction from Tomographic Images", *IX Proc., V Cong. Soc. Cub. Bioingeniería, T0090*, Ciudad de La Habana, Cuba, 2003.