



MODELO MATEMÁTICO PARA LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN LA CADENA DE SUMINISTRO

Resumen / Abstract

La planificación de la producción dentro de la cadena de suministro es una actividad de especial importancia en estos momentos, debido a que permite la optimización de las operaciones de producción y distribución, y satisfacer la mayoría de los pedidos de los clientes en el tiempo requerido y a un costo más bajo. La aplicación de las técnicas matemáticas en este proceso garantiza una toma de decisiones más rápida y eficiente. En el presente trabajo se propone un modelo matemático multiobjetivo que permite satisfacer las demandas de los clientes determinando la cantidad de recursos necesarios para llevar a cabo la producción lo que redundará en la disminución de los niveles de inventarios.

The planning of the production inside the supply chain is an activity of special importance in these moments, because it allows the optimization of the production operations and distribution and to satisfy most of the orders of the clients in the required time and at a lower cost. The application of the mathematical techniques in this process one guarantees taking of quicker and more efficient decisions. Presently work intends a multicriterial mathematical model that allows satisfying the demands of the clients determining the quantity of necessary resources to carry out the production what will redound in the decrease of the levels of inventories.

Palabras clave / Key words

Multicriterio, toma de decisiones, cadena de suministro

Multicriterial, decision making, supply chain

Rosario Garza Ríos, Ingeniera Industrial, Asistente, Doctora en Ciencias Técnicas, Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Ingeniería Industrial, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, Ciudad de La Habana, Cuba
e-mail:rosariog@ind.ispjae.edu.cu

Caridad González Sánchez, Ingeniera Industrial, Doctora en Ciencias Económicas, Profesora Titular, Departamento de Matemática General, Facultad de Ingeniería Industrial, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Ciudad de La Habana Cuba
e-mail:caryg@ind.cujae.edu.cu

Recibido: Noviembre del 2003
Aprobado: Enero del 2004

INTRODUCCIÓN

La cadena de suministro (SCM) engloba aquellas actividades asociadas con el movimiento de bienes desde el suministro de materias primas hasta el consumo final, esto incluye los siguientes procesos:

- Desarrollo del producto.
- Planificación.
- Distribución y logística.
- Compras.
- Producción.
- Integración de negocios.

El proceso de planificación incluye los pronósticos de ventas y pedidos, la planificación de la producción y la correspondencia de las futuras demandas de los clientes a los suministros disponibles. En este proceso se trazan los objetivos de desarrollo y producción de productos que son demandados por los clientes, minimizando el flujo de materia prima, productos terminados, materiales de empaque, dinero e información en cada ciclo del producto.

Decidir cuánto, qué y cómo producir para satisfacer las demandas de los clientes es una tarea ardua y particularmente compleja, en la cual se balancea, todos los recursos necesarios: humanos, materiales, financieros e informáticos para cumplir la misión de la organización.

La utilización de la **optimización multiobjetivo** específicamente la **programación por metas** brinda una respuesta eficiente a este problema, en las cuales los especialistas dedicados a este

actividad aportan sus experiencias para obtener los mejores resultados.

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

La **programación multiobjetivo** constituye un enfoque multicriterio¹⁻⁴ de gran potencialidad cuando el contexto decisional esta definido por una serie de objetivos que deben satisfacer un determinado conjunto de restricciones. Como la optimización simultánea de todos los objetivos es usualmente imposible, pues en la vida real usualmente los objetivos se encuentran en conflicto, el enfoque multiobjetivo, en vez de intentar determinar un no existente óptimo, pretende establecer el conjunto de soluciones existentes.

Para resolver este problemas se han desarrollado diferentes enfoques, entre los que se encuentran:

- Unificación de la función de compromiso.
- Programación por metas.
- Programación interactiva.

En el presente trabajo se selecciona la programación por metas⁵ por su gran operatividad aunque tiene una menor solidez teórica. La programación por metas se aleja de una filosofía de optimización y se ubica dentro de un contexto decisional complejo en el cual se considera una serie de metas relevantes expresadas por el decisor las cuales deben aproximarse lo más posible a los niveles de aspiración fijados de antemano. Este enfoque se adapta a lo planteado en las SCM de satisfacer las demandas de los clientes minimizando los niveles de inventario.

ESTRUCTURA DEL MODELO MATEMÁTICO

1. Fijar los atributos.
2. Determinar el nivel de aspiración de cada atributo.
3. Conectar el atributo con el nivel de aspiración a través de las variables de desviación positivas y negativas.

Así para el atributo i-ésimo se tiene la siguiente meta :

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$$

donde:

$f_i(x)$:

representa el atributo i-ésimo.

n_i y p_i las variables de desviación positivas y negativas respectivamente.

Las variables de desviación positivas cuantifican el exceso de logro de una meta y las variables de desviación negativas cuantifican la falta de logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración. Como no puede simultáneamente sobrepasarse y a la vez quedarse por debajo de un nivel de aspiración al menos una de las dos variables de desviación que definen cada meta tendrá que ser cero. Ambas tomarán el valor cero cuando la meta alcanza exactamente su nivel de aspiración.

Una variable de desviación es no deseada cuando al centro decisor le conviene que la variable en cuestión alcance su valor más pequeño (el valor cero). Si la meta deriva de un atributo del tipo más del atributo mejor (objetivo a maximizar), la variable no deseada (a minimizar) será la variable negativa, si por el contrario, a meta deriva de un atributo del tipo menos del atributo mejor

(objetivo a minimizar), la variable no deseada será la variable de desviación positiva . Si se desea alcanzar exactamente el nivel de aspiración tanto la variable de desviación positiva como la de desviación negativa son variables no deseadas y por tanto variables a minimizar (tabla 1).

TABLA 1 Ejemplo		
Forma inicial de la meta	Forma de la meta transformada	Variables de desviación no deseada (a minimizar)
$F_i(x) \geq t_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$	n_i
$F_i(x) \leq t_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$	p_i
$F_i(x) = t_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$	$n_i + p_i$

A continuación se expone la aplicación de la programación por metas en la planificación de la producción en una empresa de perfumería y jabonería.

APLICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Actualmente la demanda de los productos de jabonería va en aumento cada día, con un adecuado uso de las maquinarias instaladas es posible satisfacer en gran medida la demanda de estos productos. El plan de ventas se elabora en correspondencia con la necesidad y demanda del producto. La empresa no ha afrontado rechazo en ventas por la calidad del producto, pero las ventas sí se han afectado por problemas en la producción.

Causas principales por las que se puede afectar el plan de ventas:

- Falta de materias primas.
- Precio de los productos.
- Tardanza en la entrega del material de envase.

Recientemente en la línea de jabonería se hizo un cambio tecnológico, el cual consistió en la sustitución de un troquel que troquelaba 50 jabones/min., por uno que troquela 90 jabones/min., tan solo programándolo en la cuarta velocidad (11 velocidades). Esto ha traído como consecuencia que halla que variar el plan operativo ajustándolo a las nuevas capacidades instaladas.

En la realización de la producción se invierte un tiempo en las maquinarias que depende del tipo de jabón, si se continuase produciendo según el plan operativo planificado, el aprovechamiento de los equipos sería muy bajo, el equipo que más se utilizaría sería la compresora Duplex con un porcentaje de utilización de 46 %, existiendo una gran reserva de fondo de tiempo.

El costo unitario para cada tipo de jabón así como los niveles de venta que ha mantenido la empresa en los últimos tres meses para estos jabones son los que se muestran en la tabla 2.

TABLA 2				
Costo unitario por cada tipo de jabón y niveles de venta				
Producto	Costo Unitario (USD)	Ventas (kg)		
		Abril	Mayo	Junio
Jabón infantil Muñe	0,15	31 313	25 065	13 478
Estuche de jabón todo por un dólar	0,38	3 500	2 380	5 870
Estuche de jabón de tocador Recuérdame	0,49	2 018	3 521	1 756
Estuche de jabón de tocador Linda	0,49	3 610	6 469	14 150
Estuche de jabón de tocador Tú	0,49	2 852	4 298	11 026
Jabón de tocador Folklore Obbatalá	0,24	501	3 536	6 051
Jabón de tocador Folklore Ochún	0,24	1 116	2 170	5 624
Jabón Floresta miel	0,23	2 884	13 339	6 051

La empresa se plantea como una situación problemática confeccionar el nuevo plan de producción que le permita el máximo aprovechamiento de la capacidad instalada, así como la satisfacción de las demandas de los clientes.

Para resolver esta situación se elabora un modelo de programación multiobjetivo, el cual permitirá confeccionar el plan óptimo de producción, considerando los siguientes atributos en orden de prioridad:

Prioridad 1

- Satisfacer las solicitudes de los clientes para cada tipo de jabón.

- Obtener el menor costo posible.

Prioridad 2

- Utilizar el menor tiempo extra de los equipos.
- Utilizar al máximo la capacidad disponible.

Prioridad 3

- Utilizar el menor tiempo extra de los obreros

Siguiendo la metodología de solución para un problema de Programación Matemática,^{6,7} es necesario la definición de la variable de decisión, que en este caso será:

X_j : Cantidad de kilogramos de jabón tipo J a producir durante el mes de junio.

donde:

J: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Prioridad 1

• **Demanda**

$$X_1 \geq 31\,313$$

$$X_2 \geq 5\,870$$

$$X_3 \geq 3\,521$$

$$X_4 \geq 14\,150$$

$$X_5 \geq 11\,026$$

$$X_6 \geq 6\,051$$

$$X_7 \geq 5\,624$$

$$X_8 \geq 13\,339$$

• **Costo**

$$0,15 X_1 + 0,38 X_2 + 0,49(X_3 + X_4 + X_5) + 0,24(X_6 + X_7) + 0,23 X_8 \leq 8000$$

Prioridad 2

• **Fondo de tiempo**

$$0,18 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\,260$$

$$0,16 X_1 + 0,05 (X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\,260$$

$$0,11 X_2 + 0,07 (X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\,260$$

$$0,16 X_1 \leq 10\,260$$

$$0,09 (X_1 + X_2) + 0,19 (X_3 + X_4 + X_5) + 0,11 (X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\,260$$

• **Capacidad de producción**

$$X_1 = 54\,347$$

$$X_2 = 9\,130$$

$$X_3 = 6\ 521$$

$$X_4 = 3\ 913$$

$$X_5 = 6\ 521$$

$$X_6 = 6\ 521$$

$$X_7 = 6\ 521$$

$$X_8 = 19\ 565$$

Prioridad 3

• Fondo de tiempo de obreros

$$0,18 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\ 032$$

$$0,16 X_1 + 0,05 (X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\ 032$$

$$0,11 X_2 + 0,07 (X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 10\ 032$$

$$0,16 X_1 = 10\ 032$$

$$0,09 (X_1 + X_2) + 0,19 (X_3 + X_4 + X_5) + 0,11 (X_6 + X_7 + X_8) = 10\ 032$$

Los resultados obtenidos muestran que:⁸

- No se produce ningún tipo de jabón por encima de las demandas de los clientes.

- Para satisfacer estas demandas se incrementa el costo en \$18 859,00.

- El fondo de tiempo se incrementa en los departamentos Troquel y Envase, al resto le quedan tiempo disponible, al Departamento Compresora Simple 2 271 min. ; al Compresora Dúplex 2 645 min., y al Troquel 5 250 min., lo que representa 5, 5 y 11 días de trabajo.

- El departamento de Troquel trabaja 890 min. por encima de su fondo de tiempo, es decir, se necesitan 2 h más para poder concluir la producción, mientras que en el Departamento de Envase se trabaja por encima 1 190 min., lo que representa aproximadamente 3 h.

Para los productos Linda y Tú es necesario aumentar la capacidad de producción para poder satisfacer las demandas de dichos productos en 10 237 y 4 505 kg respectivamente, lo que requiere que se haga un análisis con respecto a:

_Compra de equipos.

_Implementación de un nuevo turno de trabajo.

_Trasladar la producción, entre otros.

- Existe una capacidad de producción subutilizada en los productos Muñe, Todo por uno, Recuérdame, Obatalá, Ochún y Miel de: 23 034, 3 268, 3 000, 470, 897, y 6 226 kg respectivamente.

- Con respecto a la prioridad 3, solo es necesario incrementar el fondo de tiempo de los obreros en el departamento Mezcladora y en el Envase en 6 328 y 1 518 min., respectivamente, lo que representa un total de 17 días de trabajo por lo que hace falta realizar un análisis de :

- Carga y capacidad.

- Cambio en los contenidos de trabajo.

En el resto (Compresora Simple, Compresora Dúplex y Troquel) existe un tiempo disponible de 2 043, 2 417, 5 014 min., respectivamente, lo que representa 4, 5 y 11 días respectivamente.

CONCLUSIONES

El modelo matemático multiobjetivo utilizando **programación por metas** permite obtener un plan de producción que satisface los requerimientos de la demanda y cumple con los objetivos de la **cadena de suministro**.

Los resultados obtenidos permiten analizar el aprovechamiento de las capacidades, los requerimientos de recursos humanos y de equipamientos para cumplir con las demandas de los clientes constituyendo una herramienta valiosa para la toma de decisiones. [2]

REFERENCIAS

1. **BARBA-ROMERO, S. Y CH. POMEROL J.:** *Decisiones multicriterio: fundamentos teoricos y utilización práctica*. Colección de Economía, Universidad de Alcalá, 1997.
2. **ROMERO, C.:** *Análisis de las decisiones multicriterio*, Madrid, 1997.
3. **TABUCANON, M.:** *Multiple Criteria Decision Making in Industry*, Elsevier, 1988.
4. **AGUILERA, D.:** "Sistema, MONOLITH para la optimización no lineal", Tesis para optar por el título de Master en Informática Aplicada, Ciudad de La Habana. 1996.
5. **STEUER R., E.:** *Multiple Criteria Optimization, Theory, Computation and Application*, New York, 1986.
6. **LIEBERMAN G Y E.HILLIER:** *Introducción a la Investigación de Operaciones*, 4ta. ed., McGraw Hill, 1997.
7. **ANDERSON, D. R.:** *Métodos cuantitativos para los Negocios, Soluciones Empresariales*, 7ma. ed., 1999.
8. **GARZA RÍOS, ROSARIO Y CARIDAD GONZÁLEZ SÁNCHEZ:** *Memoria Digital del evento Logística 2002*, Ciudad de La Habana, 2002.